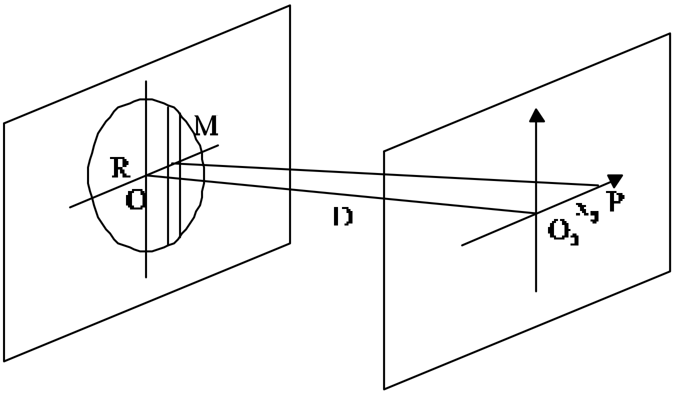
Retour à l'applet

Diffraction à l'infini (fente circulaire)

Cette étude présente beaucoup d'analogie avec celle d'une fente rectangulaire. On considère un écran opaque percé par une fente circulaire de rayon R, éclairée par une onde plane de longueur d'onde λ parallèle au plan de la fente. Le plan d'observation est situé à la distance $OO_0 = D$ de la fente. Compte tenu de la symétrie du problème, il suffit de calculer l'intensité en un point P distant de x_0 de O_0.



Soit une bande de largeur dx située à la distance OM = x.

On calcule δ la différence de chemin entre MP et OP.

$MP^2 = (\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OM})^2$.

$MP^2 = OP^2 + OM^2 - 2.\overrightarrow{OP}.\overrightarrow{OM}$

$\overrightarrow{OM} = x.\vec{i} + y.\vec{j}$; $\overrightarrow{OP} = D.\vec{k} + x_0.\vec{j}$

$\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{OP} = x.x_0$.

$OP = \sqrt{D^2 + x_0^2} = d$

Comme OM << OP, un développement au premier ordre donne : $\delta = MP - OP = -\dfrac{xx_0}{d}$.

Le déphasage est donc $\varphi = 2\pi\delta/\lambda$

L'amplitude de la vibration en P, due à la bande de largeur dx, est donc :

$$dp_P = Ae^{j\omega t}.dx\int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{+\sqrt{R^2-x^2}} e^{j\varphi}dy = 2Ae^{j\omega t}e^{j\varphi}.\sqrt{R^2-x^2}.dx$$

Soit pour l'ensemble de la fente : $p_P = 2A.e^{j\omega t}\displaystyle\int_{-R}^{+R} R\left(1-\frac{x^2}{R^2}\right)^{1/2} e^{\frac{2j\pi x x_0}{\lambda d}}dx$.

En posant $u = \dfrac{x}{R}$ et $k = \dfrac{2\pi x_0 R}{\lambda d}$, on tire :

$p_P = 2A.R^2.e^{j\omega t}\displaystyle\int_{-1}^{+1}\sqrt{1-u^2}(\cos ku + j\sin ku)dx$ et comme la fonction sinus est impaire, on a :

$$p_P = 4A.R^2.e^{j\omega t}\int_0^{+1}\sqrt{1-u^2}.\cos ku.dx$$

Cette intégrale doit être calculée numériquement.

L'observable est l'intensité. Elle est proportionnelle au carré de l'amplitude.

Retour à l'applet